Arkusz 4.

Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Odpowiedź	B	A	A	BD	NB	PP	B	FP	C	B	PP	BC	D	AC	C

1 punkt – wskazanie poprawnej odpowiedzi
0 punktów – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi

Przykładowe rozwiązania zadań zamkniętych

Zadanie 1. (0–1)

Liczba jest podzielna przez 4, jeśli ostatnie dwie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4. Znak zapytania zastępuje 1 lub 3, lub 5, lub 7, lub 9.
Jeśli liczba ma być podzielna przez 3, to suma wszystkich cyfr jest liczbą podzielną przez 3. Ponieważ suma cyfr 2, 3, 4 i 6 jest liczbą podzielną przez 3, cyfra zastąpiona znakiem zapytania też jest podzielna przez 3.
Muszą być spełnione oba warunki, więc znakiem zapytania zastąpiona jest cyfra 3 albo cyfra 9.
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 2. (0–1)

A. Rysunek odpowiada nierówności: $x \geq -3$.
B. Rysunek odpowiada nierówności: $x \leq -3$.
C. Rysunek odpowiada nierówności: $x > -3$.
D. Rysunek odpowiada nierówności: $x < -3$.
Poprawna odpowiedź: A.

Zadanie 3. (0–1)

Boki kwadratowych elementów: 4 cm, boki prostokątnych elementów: 4 cm i 12 cm. Krótszy bok ramki to dłuższy bok elementu prostokątnego – 12 cm, dłuższy to $3 \cdot 4$ cm + 12 cm = 24 cm.
Poprawna odpowiedź: A.

Zadanie 4. (0–1)

$a \cdot b \cdot c = 5^1 \cdot 5^4 \cdot 5^{12} = 5^{1+4+12} = 5^{17}$
$\frac{a \cdot c}{b} = 5^1 \cdot 5^{12} : 5^4 = 5^{1+12-4} = 5^9$
Poprawna odpowiedź: BD.

Zadanie 5. (0–1)

Obliczmy, jaką część wszystkich klocków stanowiły klocki zielone.
$1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{20}\right) = 1 - \left(\frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{3}{20}\right) = 1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20} < \frac{1}{2}$
Poprawna odpowiedź: NB.

Zadanie 6. (0–1)

$3a^3 = 3 \cdot 14 = 42$ Pierwsze zdanie jest prawdziwe.
$(2a)^3 = 2^3 \cdot a^3 = 8a^3 = 8 \cdot 14 = 112$ Drugie zdanie jest prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: PP.

Zadanie 7. (0–1)
Mamy do czynienia z liczbami dodatnimi. Jeśli $x^2 > y^2$, to $x > y$.
$a^2 = 16 \cdot 5 = 80$ $b^2 = 83$ $c^2 = 81$
$a^2 < c^2 < b^2$, więc $a < c < b$
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 8. (0–1)
Od 15:10 do 16:00 upłynęło 50 min, od 16:00 do 16:46 – kolejne 46 min. Razem 96 min = $1\frac{36}{60}$ h = 1,6 h.
6 kwadransów to $6 \cdot 15$ min = 90 min. Podróż trwała ponad 6 kwadransów.
Pierwsze zdanie jest fałszywe.
Dystans przebyty w tym czasie to 1,6 h $\cdot$ 65 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ = 104 km.
Drugie zdanie jest prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: FP.

Zadanie 9. (0–1)
Na pierwszym etapie konkurs zakończyło 40% uczestników, a 60% przeszło do następnego etapu.
Do finału przeszło 30% z tych 60%, czyli 18% wszystkich uczestników (bo $0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}18$).
Poprawna odpowiedź: C.

Zadanie 10. (0–1)
Sposób I
A. Jeżeli na podłodze została paczka 16 kg, to na półkach znalazły się paczki 17 kg, 21 kg i 47 kg.

$17 \cdot 3 = 51$	$21 + 47 \neq 51$
$21 \cdot 3 = 63$	$17 + 47 \neq 63$
$47 \cdot 3 = 141$	$17 + 21 \neq 141$

B. Jeżeli na podłodze została paczka 17 kg, to na półkach znalazły się paczki 16 kg, 21 kg i 47 kg.

$16 \cdot 3 = 48$	$21 + 47 \neq 48$
$\mathbf{21 \cdot 3 = 63}$	$\mathbf{16 + 47 = 63}$
$47 \cdot 3 = 141$	$16 + 21 \neq 141$

C. Jeżeli na podłodze została paczka 21 kg, to na półkach znalazły się paczki 16 kg, 17 kg i 47 kg.

$16 \cdot 3 = 48$	$17 + 47 \neq 48$
$17 \cdot 3 = 51$	$16 + 47 \neq 51$
$47 \cdot 3 = 141$	$16 + 17 \neq 141$

D. Jeżeli na podłodze została paczka 47 kg, to na półkach znalazły się paczki 16 kg, 17 kg i 21 kg.

$16 \cdot 3 = 48$	$17 + 21 \neq 48$
$17 \cdot 3 = 51$	$16 + 4721 \neq 51$
$21 \cdot 3 = 63$	$16 + 17 \neq 63$

Sposób II
W sumie paczki ważyły 101 kg. Paczki na półkach ważyły 4 razy więcej niż paczka na najwyższej półce.
Spróbujmy dobrać odpowiednie liczby.
Paczka na najwyższej półce: 16 kg. Paczka na podłodze $101 - 4 \cdot 16 = 37$ [kg]. Nie ma takiej paczki.
Paczka na najwyższej półce: 17 kg. Paczka na podłodze $101 - 4 \cdot 17 = 33$ [kg]. Nie ma takiej paczki.
Paczka na najwyższej półce: 21 kg. Paczka na podłodze $101 - 4 \cdot 21 = 17$ [kg]. **To właśnie ta paczka.**
Paczka na najwyższej półce: 47 kg. Paczka na podłodze $101 - 4 \cdot 47 < 0$. Nie ma takiej paczki.
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 11. (0–1)
Kwadrat można podzielić na dwa przystające trójkąty tylko tak, że ich wspólną przeciwprostokątną jest przekątna kwadratu, a trójkąty są prostokątne równoramienne. Trójkąt prostokątny równoramienny ma dokładnie jedną oś symetrii i dwa kąty o mierze 45°. Oba zdania są prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: PP.

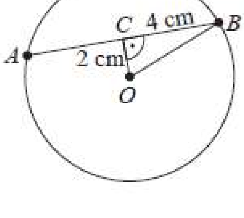
Zadanie 12. (0–1)
Para boków po zwiększeniu ma długość: $1{,}3a$, para boków po zmniejszeniu: $0{,}75a$.
Pole prostokąta: $1{,}3a \cdot 0{,}75a = 0{,}975a^2$.
Obwód prostokąta: $2 \cdot (1{,}3a + 0{,}75a) = 2 \cdot 2{,}05a = 4{,}1a$.
Poprawna odpowiedź: BC.

Zadanie 13. (0–1)
Jeśli prostopadłościan ma wymiary a, b, c, to suma długości jego krawędzi jest równa $4(a + b + c)$. W tym przypadku:
$4\,(20 + 30 + 50) = 4 \cdot 100 = 400$ [cm]
Poprawna odpowiedź: D.

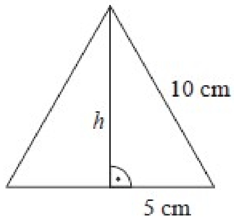
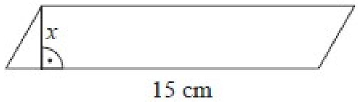
Zadanie 14. (0–1)
Osiemnastokąt wypukły ma $\frac{18(18-3)}{2} = 9 \cdot 15 = 135$ przekątnych.
Jeśli wybierzemy odpowiedź C, to ze wzoru otrzymamy: $\frac{15(15-3)}{2} = \frac{180}{2} = 90$.
Jeśli wybierzemy odpowiedź D, to otrzymamy: $\frac{16(16-3)}{2} = \frac{208}{2} = 104$.
Poprawna odpowiedź: AC.

Zadanie 15. (0–1)
Reszta wydana przez kasjerkę była równa 32 zł.
A. Jedna moneta 2-złotowa i dziewięć monet 5-złotowych. $2 + 45 \neq 32$
B. Cztery monety 2-złotowe i sześć monet 5-złotowych. $8 + 30 \neq 32$
C. Sześć monet 2-złotowych i cztery monety 5-złotowe. $\mathbf{12 + 20 = 32}$
D. Siedem monet 2-złotowych i trzy monety 5-złotowe. $14 + 15 \neq 32$
Poprawna odpowiedź: C.

Przykładowe rozwiązania zadań otwartych i schemat punktowania

Numer zadania	Przykładowe sposoby rozwiązania zadań	Liczba punktów	Zasady przyznawania punktów
16.	Trójkąt AOB jest równoramienny, a trójkąt BOC jest prostokątny.  Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa, aby obliczyć długość boku OB, która jest szukanym promieniem okręgu. $\lvert OB\rvert^2 = \lvert OC\rvert^2 + \lvert BC\rvert^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ [cm^2] $\lvert OB\rvert = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ [cm]	**(0–2)**	**2 punkty** wyznaczenie promienia **1 punkt** poprawny sposób wyznaczenia promienia, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

	Odpowiedź: Promień tego okręgu jest równy $2\sqrt{5}$ cm. Własności figur płaskich **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 86		
17.	$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ – część trasy, jaka została do pokonania po pierwszym dniu $40\% \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$ – część trasy pokonana drugiego dnia $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{15}\right) = 1 - \left(\frac{5}{15} + \frac{4}{15}\right) = 1 - \frac{9}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ **Odpowiedź:** Trzeciego dnia Andrzej pokonał $\frac{2}{5}$ trasy. Obliczenia procentowe w praktyce **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 48	**(0–2)**	**2 punkty** obliczenie części trasy pokonanej trzeciego dnia **1 punkt** poprawny sposób obliczenia części trasy pokonanej trzeciego dnia, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie części trasy pokonanej drugiego dnia **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
18.	**Sposób I** x – minimalna liczba punktów z trzeciego testu umożliwiająca Karolinie zdanie egzaminu $\frac{76 + 59 + x}{3 \cdot 100} \cdot 100\% = 70\%$ $\frac{135 + x}{3} = 70$ $135 + x = 210$ $x = 75$ **Sposób II** $70\% \cdot (100 + 100 + 100) = 210$ – minimalna liczba punktów umożliwiająca zdanie egzaminu $210 - (76 + 59) = 75$ **Odpowiedź:** Karolina musi uzyskać z trzeciego testu co najmniej 75 punktów.	**(0–2)**	**2 punkty** wyznaczenie minimalnego wyniku trzeciego testu **1 punkt** poprawny sposób wyznaczenia minimalnego wyniku trzeciego testu, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie minimalnej liczby punktów umożliwiającej zdanie egzaminu **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
19.	Obliczamy pole trójkąta o boku $a = 10$ cm. **Sposób I** Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego. $P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $P_\Delta = \frac{10^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}\ [\text{cm}^2]$ **Sposób II** Najpierw wyznaczamy wysokość trójkąta z twierdzenia Pitagorasa (ewentualnie ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego), a następnie obliczamy pole trójkąta.	**(0–3)**	**3 punkty** wyznaczenie wysokości równoległoboku **2 punkty** poprawny sposób wyznaczenia wysokości równoległoboku, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **1 punkt** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta

	 $5^2 + h^2 = 10^2$ $h^2 = 100 - 25 = 75$ $h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ $P_{\Delta} = \frac{1}{2}ah$ $P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$ [cm^2] Obliczamy wysokość rówboległoboku.  $15x = 25\sqrt{3}$ $x = \frac{25\sqrt{3}}{15} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ [cm] **Odpowiedź:** Wysokość równoległoboku jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm.		**0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
20.	**Sposób I** 100 g płatków zawiera 8 g białka $\vert : 10$ 10 g płatków zawiera 0,8 g białka $\vert \cdot 3$ 30 g płatków zawiera 2,4 g białka $6{,}4 - 2{,}4 = 4$ [g] – ilość białka w 125 ml mleka 125 ml mleka zawiera 4 g białka $\vert \cdot 8$ 1000 ml mleka zawiera 32 g białka **Sposób II** $\frac{30}{100} \cdot 8 = 2{,}4$ [g] – ilość białka w 30 g płatków $6{,}4 - 2{,}4 = 4$ [g] – ilość białka w 125 ml mleka x – ilość białka w 1000 ml mleka (w gramach) $\frac{125}{1000} \cdot x = 4$ $\frac{1}{8} \cdot x = 4$ $x = 32$ [g] **Odpowiedź:** 1 l mleka zawiera 32 g białka.	**(0–3)**	**3 punkty** obliczenie zawartości białka w 1 l mleka **2 punkty** poprawny sposób obliczenia zawartości białka w 1 l mleka, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie zawartości białka w 125 ml mleka **1 punkt** poprawny sposób obliczenia zawartości białka w 125 ml mleka **lub** obliczenie zawartości białka w 30 g płatków **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
21.	**I sposób** $125 + 37 + 45 + 28 + 129 = 364$ [km] – przejechany dystans	**(0–3)**	**3 punkty** obliczenie kosztu zużytej benzyny

	7,5 litra na 100 km $\mid : 100$ 0,075 litra na 1 km $\mid \cdot 364$ 27,3 litra na 364 km $27{,}3 \cdot 4{,}60 = 125{,}58$ [zł] – koszt zużytej benzyny **II sposób** $125 + 37 + 45 + 28 + 129 = 364$ [km] – przejechany dystans $364 \cdot 7{,}5 : 100 = 27{,}3$ – zużycie benzyny na 364 km $27{,}3 \cdot 4{,}60 = 125{,}58$ [zł] – koszt zużytej benzyny **III sposób** Zużycie benzyny $125 \cdot 7{,}5 : 100 = 9{,}375$ [l] – w poniedziałek $37 \cdot 7{,}5 : 100 = 2{,}775$ [l] – we wtorek $45 \cdot 7{,}5 : 100 = 3{,}375$ [l] – w środę $28 \cdot 7{,}5 : 100 = 2{,}1$ [l] – w czwartek $129 \cdot 7{,}5 : 100 = 9{,}675$ [l] – w piątek $9{,}375 + 2{,}775 + 3{,}375 + 2{,}1 + 9{,}675 = 27{,}3$ [l] – na całej trasie $27{,}3 \cdot 4{,}60 = 125{,}58$ [zł] – koszt zużytej benzyny **Odpowiedź:** Benzyna zużyta w podróży kosztowała 125,58 zł. Obliczenia praktyczne **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 32		**2 punkty** poprawny sposób obliczenia kosztu zużytej benzyny, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe albo nie zostało dokończone **lub** obliczenie zużycia benzyny na całej trasie **1 punkt** poprawny sposób obliczenia zużycia benzyny na całej trasie **lub** obliczenie przejechanego dystansu **lub** obliczenie zużycia benzyny przynajmniej jednego dnia **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania